

- 1 Een pomp pompt 900 liter water per kwartier uit een sloot via een slang met een inwendige diameter van 3 cm. Aan het einde van de slang is een kraan bevestigd met een inwendige diameter van 1 cm.
- (3) a) Bereken het volumedebiet  $q_V$  in  $\text{m}^3/\text{s}$
- (9) b) Met welke snelheid verlaat het water de kraan?
- (3) c) Wat is het massadebiet  $q_M$  in  $\text{kg}/\text{s}$ ?
- 2 We pompten water 20 m omhoog door een stalen buis met een diameter van 3 cm .  
Op die hoogte heeft de vloeistof een uitstroomsnelheid van 3 m/s uit een vernauwde buisopening met een diameter van 2 cm.
- (15) Hoe groot moet de druk op de vloeistof aan het begin zijn als de buitendruk 100 kPa bedraagt? We verwaarlozen de verliezen in de buis.
- 3 In de buis van 20 m lengte uit opgave 2) bevinden zich twee bochten van  $90^\circ$  en één haakse bocht.
- (15) Bereken nogmaals de druk op de vloeistof aan het begin als we de wrijvingsverliezen **niet** verwaarlozen.
- 4 In een ketel wordt water verwarmd. De koperen ketelwand is 10 mm dik.  
De temperatuur van de verbrandingsgassen is  $875^\circ\text{C}$ .  
Op de ketelwand bevindt zich een laagje roet van 2,5 mm dikte, terwijl in de ketel de wand bedekt is met een laagje ketelsteen van 3 mm dikte.
- (15) Bereken het temperatuurverval per materiaallaag op het moment dat de temperatuur van het water  $100^\circ\text{C}$  bedraagt.  
**Extra gegevens :**  $\lambda_{\text{roet}} = 0,12 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$  ;  $\lambda_{\text{ketelsteen}} = 2,3 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$

- 5 Een buitenwandconstructie is van binnen naar buiten opgebouwd uit een laag grindbeton van 105 mm dikte, een laag minerale wol van 70 mm dikte en een laag gevelklinkers van 105 mm dikte. De binnentemperatuur is  $24^{\circ}\text{C}$  terwijl de buitentemperatuur  $-6^{\circ}\text{C}$  bedraagt. Bepaal:
- (7) a) het warmteverlies per  $\text{m}^2$  in 6 uur door deze constructie bij de gegeven omstandigheden.
- (8) b) de vier grensvlaktemperaturen.
- 
- 6 Een wand bestaat van binnen naar buiten uit een laag grindbeton van 115 mm dikte en een laag polystyreen van 45 mm dikte. De binnen- en buitentemperaturen bedragen respectievelijk  $20^{\circ}\text{C}$  en  $-3^{\circ}\text{C}$ .
- (7) a) Bereken de warmtestroom per  $\text{m}^2$  oppervlak en
- (8) b) Bereken de temperatuur op het grensvlak van het grindbeton en de polystyreenlaag.
- Extra gegeven :  $\lambda_{\text{polystyreen}} = 0,035 \text{ W/m}^2\text{K}$**

Veel succes !



# Bijlage 1

## Formules en tabellen stromingsleer

Getal van Reynolds  $Re = \rho \cdot v \cdot d / \eta = v \cdot d / \nu$  ( laminaire stroming als  $Re < 2320$  )

Kinematische viscositeit  $\nu = \eta / \rho$  (  $\eta$  = dynamische viscositeit )

Continuïteitsvergelijking  $q_v = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$  ( $q_v$  = volumedebiet in  $m^3/s$ )

Wet van Bernouilli  $p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$

Wet van Torricelli  $v = k \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \approx k \cdot \sqrt{20 \cdot h}$  ( $k$  = contractiefactor, ligt tussen 0 en 1 afhankelijk van vorm opening)

Venturimeter  $\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2)$

Pitot-buis  $\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$

Voor de berekening van het wrijvingsverlies in een ronde leiding geldt de formule:

$$p_w = f \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$$

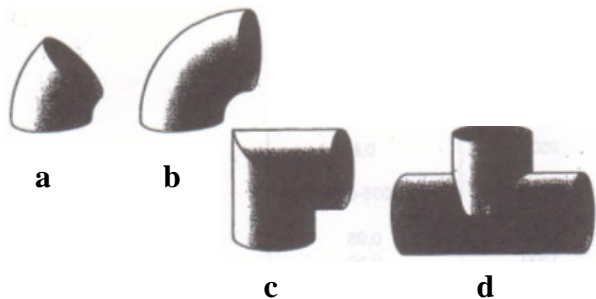
Daarbij is  $f$  een wrijvingsconstante die van de soort leiding en de vloeistof afhangt,  $l$  is de lengte van de leiding,  $d$  de diameter,  $\rho$  de soortelijke massa en  $v$  de snelheid van de vloeistof.

De volgende tabel geeft een aantal waarden voor  $f$ :

Leidingmateriaal en vloeistof	f
koperen buis (10 mm Ø) met water	0,027
koperen buis (30 mm Ø) met water	0,020
stalen buis (10 mm Ø) met water	0,029
stalen buis (30 mm Ø) met water	0,022
plastic slang (75 mm Ø) met water	0,012
rubberen slang (75 mm Ø) met water	0,021

Appendages zoals bochten en afsluiters veroorzaken natuurlijk ook wrijvingsverliezen. Een methode om deze te berekenen is het meetellen van een *equivalente lengte*:

Appendage	Equivalente lengte
bocht van 45° (a)	15 x diameter
bocht van 90° (b)	40 x diameter
haakse bocht (c)	60 x diameter
T-stuk (d)	60 x diameter
schuifafsluiter ( 1/4 open)	800 x diameter
schuifafsluiter ( 1/2 open)	200 x diameter
schuifafsluiter ( 3/4 open)	40 x diameter



# Bijlage 2

## Formules en tabellen warmteoverdracht

$$Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th}}$$

warmteoverdracht  
in J (Joule)

$$\Phi = \frac{Q}{t}$$

warmtestroom  
in W (Watt = Joule/sec)

$$r_{th} = \frac{d}{\lambda}$$

thermische weerstand  
materiaallaag  
in m<sup>2</sup>K/W

$$r_{ov} = \frac{1}{\alpha}$$

overgangsweerstand  
tussen twee media  
in m<sup>2</sup>K/W

materiaal	$\rho$ in kg/m <sup>3</sup>	$\lambda$ in W/mK
koper	9000	370
aluminium	2800	200
marmer	2750	2,3
gevelklinkers	2100	0,8
kalkzandsteen	2000	1,0
isolatiesteen	1000	0,30
grindbeton	2200-2500	1,3-1,9
gasbeton	400-750	0,17-0,26
gipsplaten	800-1400	0,27-0,46
glas	2500	0,8
minerale wol	35-250	0,035-0,04
cementpleister	1900	0,95
gipspleister	1300	0,52
tegels	1700-2000	0,8-1,2
kurk	100-200	0,041-0,046
vezelplaat	200-400	0,08-0,12
hardhout	800	0,17
zachtboard	250-300	0,08
spaanplaat	450-1000	0,10-0,29
harde kunststoffen	900-1400	0,2
kunststofschuimen	15-60	0,035
PUR spouwisolatie	10-15	0,045
lucht	1,3	0,025

Warmteoverdrachtscoëfficiënt naar vast medium	
medium	$\alpha$ in W/m <sup>2</sup> K
stilstaande lucht	2-8
stromende lucht	10-100
stromend water	500-5000
kokend water	4000-6000
condenserende waterdamp	5000-15000

### Spouwen:

Voor verticale, niet of zwak geventileerde spouwen met een breedte tot 150 mm gebruiken we een warmte weerstand  $r_{spouw}$  van 0,17 m<sup>2</sup>K/W. Voor goed geventileerde spouwen geldt een waarde van 0,09 m<sup>2</sup>K/W.

### Straling:

materiaal	$\epsilon$ (richtwaarde)
aluminiumfolie	0,1
gewalst plaatstaal	0,65 - 0,70
glas	0,94
papier	0,95
witte verf, hoogglans	0,9
zwarte verf, mat	0,97

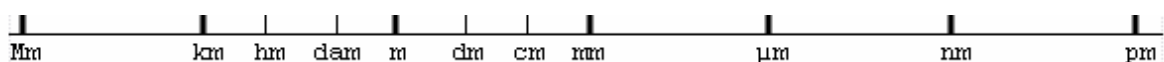
$$\Phi_{straling} = A \cdot \epsilon \cdot \sigma_z \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

A = oppervlakte in m<sup>2</sup>

$\epsilon$  = emissiecoëfficiënt, zie tabel links

$\sigma_z = 5,67 \cdot 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>K

T<sub>1</sub> en T<sub>2</sub> in K!!! (K = °C + 273)



## Uitwerkingen tweede schoolexamen toegepaste natuurkunde AOG1

- 1 a)  $q_v = 900 \text{ l/kwartier} = 0,001 \text{ m}^3/\text{s}$  (bedenk dat 1 liter = 1 dm<sup>3</sup>)  
b)  $q_v = A \cdot v \Rightarrow 0,001 = \frac{1}{4}\pi \times 0,01^2 \times v \Rightarrow v = \frac{0,001}{\frac{1}{4}\pi \times 0,01^2} = 12,73 \text{ m/s}$   
c)  $q_m = \rho \cdot q_v \rightarrow q_m = 1000 \times 0,001 = 1 \text{ kg/s}$

- 2  $p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$   
Gegeven:  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $h_1 = 0 \text{ m}$ ;  $p_2 = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $h_2 = 15 \text{ m}$ ;  $v_2 = 3 \text{ m/s}$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{1}{4} \times \pi \times 0,03^2 \times v_1 = \frac{1}{4} \times \pi \times 0,02^2 \times 3 \Rightarrow v_1 = 1,3333 \text{ m/s}$$

Nu alles invullen in de wet van Bernoulli om  $p_1$  te berekenen:

$$p_1 + \cancel{1000 \times 10 \times 0} + \frac{1}{2} \times 1000 \times 1,3333^2 = 10^5 + 1000 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 1000 \times 3^2 \Rightarrow$$

$$p_1 = 10^5 + 1000 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 1000 \times 3^2 - \frac{1}{2} \times 1000 \times 1,3333^2 \Rightarrow$$

$$p_1 = 3,0361 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 3,0361 \text{ bar}$$

- 3  $p_w = f \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$

Gegeven:  $f = 0,022$ ;  $d = 0,03 \text{ m}$ ;  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $v = 1,3333 \text{ m/s}$

$$l = 20 + 2 \times 40 \times 0,03 + 60 \times 0,03 = 24,2 \text{ m} \Rightarrow$$

$$p_w = 0,022 \times \frac{24,2}{0,03} \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 1,3333^2 = 1,5774 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 0,15774 \text{ bar}$$

$$p_1 \text{ inclusief wrijvingsverliezen} : 3,0361 + 0,15774 = 3,1938 \text{ bar}$$

$$4 \quad r_{\text{th}} = r_{\text{ov(gas)}} + r_{\text{roet}} + r_{\text{koper}} + r_{\text{kettelsteen}} + r_{\text{ov(water)}} \Rightarrow$$

$$r_{\text{th}} = \frac{1}{55} + \frac{0,0025}{0,12} + \frac{0,01}{370} + \frac{0,003}{2,3} + \frac{1}{5000} = 0,040547 \text{ Km}^2/\text{W}$$

$$\Phi = \frac{A \cdot \Delta T}{r_{\text{th}}}, \text{ omdat we mogen stellen dat } A=1 \text{ volgt } \Phi = \frac{\Delta T}{r_{\text{th}}}$$

$$\Phi = \frac{\Delta T}{r_{\text{th}}} = \frac{875-100}{0,040547} = 19114 \text{ W}$$

$$\Phi = \frac{\Delta T_{\text{roet}}}{r_{\text{th(roet)}}} \Rightarrow 19114 = \frac{\Delta T_{\text{roet}}}{\frac{0,0025}{0,12}} \Rightarrow \Delta T_{\text{roet}} = 19114 \times \frac{0,0025}{0,12} = 398,21 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Phi = \frac{\Delta T_{\text{koper}}}{r_{\text{th(koper)}}} \Rightarrow 19114 = \frac{\Delta T_{\text{koper}}}{\frac{0,01}{370}} \Rightarrow \Delta T_{\text{koper}} = 19114 \times \frac{0,01}{370} = 0,51659 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Phi = \frac{\Delta T_{\text{kettelsteen}}}{r_{\text{th(kettelsteen)}}} \Rightarrow 19114 = \frac{\Delta T_{\text{kettelsteen}}}{\frac{0,003}{2,3}} \Rightarrow \Delta T_{\text{kettelsteen}} = 19114 \times \frac{0,003}{2,3} = 24,931 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$5a \quad r_{\text{th}} = r_{\text{ovi}} + r_{\text{grindbeton}} + r_{\text{minerale wol}} + r_{\text{gevelklinkers}} + r_{\text{ove}} \Rightarrow$$

$$r_{\text{th}} = \frac{1}{5} + \frac{0,105}{1,6} + \frac{0,07}{0,0375} + \frac{0,105}{0,8} + \frac{1}{55} = 2,2817 \text{ Km}^2/\text{W}$$

$$Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{\text{th}}} \Rightarrow Q = \frac{1 \times (6 \times 3600) \times 30}{2,2817} = 283996 \text{ J}$$

$$5b \quad \Phi = \frac{A \cdot \Delta T}{r_{\text{th}}}, \text{ omdat we mogen stellen dat } A=1 \text{ volgt } \Phi = \frac{\Delta T}{r_{\text{th}}}$$

$$\Phi = \frac{\Delta T}{r_{\text{th}}} \Rightarrow \Phi = \frac{30}{2,2817} = 13,148 \text{ W}$$

$$\Phi = \frac{\Delta T_{\text{ovi}}}{r_{\text{ovi}}} \Rightarrow 13,148 = \frac{\Delta T_{\text{ovi}}}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \Delta T_{\text{ovi}} = 13,148 \times \frac{1}{5} = 2,6296 \text{ }^\circ\text{C}$$

De grenslaagtemperatuur aan binnenzijde grindbeton

bedraagt  $24 - 2,6296 = 21,370 \text{ }^\circ\text{C}$

$$\Phi = \frac{\Delta T_{\text{grindbeton}}}{r_{\text{grindbeton}}} \Rightarrow 13,148 = \frac{\Delta T_{\text{grindbeton}}}{\frac{0,105}{1,6}} \Rightarrow \Delta T_{\text{grindbeton}} = 13,148 \times \frac{0,105}{1,6} = 0,86283 \text{ } ^\circ\text{C}$$

De grenslaagtemperatuur tussen grindbeton en minerale wol  
bedraagt  $21,370 - 0,86283 = 20,507 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$\Phi = \frac{\Delta T_{\text{minerale wol}}}{r_{\text{minerale wol}}} \Rightarrow 13,148 = \frac{\Delta T_{\text{minerale wol}}}{\frac{0,07}{0,0375}} \Rightarrow \Delta T_{\text{minerale wol}} = 13,148 \times \frac{0,07}{0,0375} = 24,543 \text{ } ^\circ\text{C}$$

De grenslaagtemperatuur tussen minerale wol en gevelklinkers  
bedraagt  $20,507 - 24,543 = -4,0359 \text{ } ^\circ\text{C}$

De grenslaagtemperatuur aan buitenzijde gevelklinkers  
bedraagt  $-4,0359 - 13,148 \times \frac{0,105}{0,8} = -5,7616 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$6a \quad r_{\text{th}} = r_{\text{ovi}} + r_{\text{grindbeton}} + r_{\text{polystyreen}} + r_{\text{ove}} \Rightarrow$$

$$r_{\text{th}} = \frac{1}{5} + \frac{0,115}{1,6} + \frac{0,045}{0,035} + \frac{1}{55} = 1,5758 \text{ Km}^2/\text{W}$$

$$\Phi = \frac{A \cdot \Delta T}{r_{\text{th}}} \Rightarrow \Phi = \frac{1 \times 23}{1,5758} = 14,5960 \text{ W}$$

$$6b \quad \Phi = \frac{A \cdot \Delta T_{\text{ovi+grindbeton}}}{r_{\text{th(ovi+grindbeton)}}} \Rightarrow 14,5960 = \frac{1 \cdot \Delta T_{\text{ovi+grindbeton}}}{\frac{1}{5} + \frac{0,115}{1,6}} \Rightarrow$$

$$\Delta T_{\text{ovi+grindbeton}} = 14,5960 \times \left( \frac{1}{5} + \frac{0,115}{1,6} \right) = 3,9683 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow$$

grensvlaktemperatuur tussen grindbeton en polystyreen  
bedraagt  $20 - 3,9683 = 16,0317 \text{ } ^\circ\text{C}$