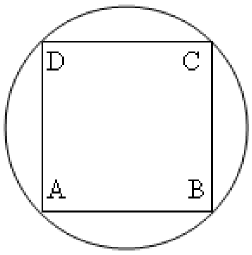
Examen Schakelcursus wiskunde

Datum / tijd:	15 januari 2008 / 18.00-19.40 uur
Toegestane hulpmiddelen:	Rekenmachine
Aantal vraagstukken / bijlagen:	6 / 1
Waardering:	Voor elk onderdeel staat het maximaal aantal te behalen punten, totaal 90. 10 punten vooraf

Opgave 1 (15 p)

Gegeven is een vierkant ABCD met zijn **omgeschreven** cirkel.
De afstand AD bedraagt 4 cm.



(2) a) Bereken de oppervlakte van vierkant ABCD.
(4) b) Bereken de oppervlakte van de omgeschreven cirkel.
(3) c) Bereken de oppervlakte van het segment dat begrensd wordt door de lijn AD en de omgeschreven cirkel.

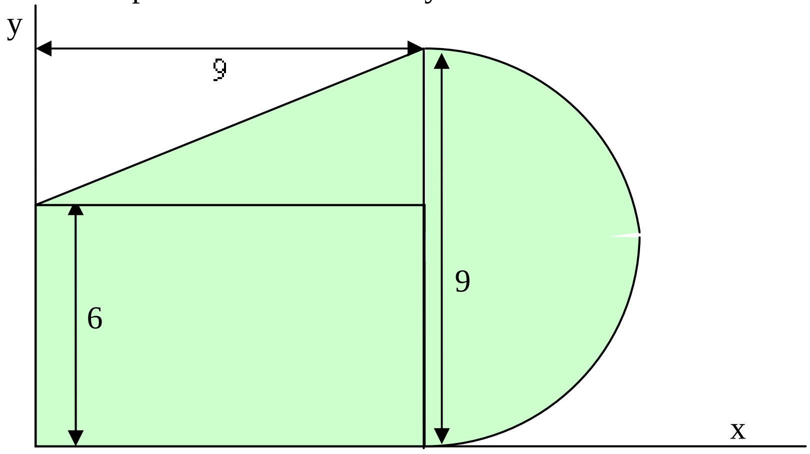
Binnen het vierkant tekenen we de **ingeschreven** cirkel
(6) d) Bereken de oppervlakte van de ring tussen de ingeschreven cirkel en de omgeschreven cirkel

Opgave 2 (15 p)

Van driehoek ABC is gegeven: $\alpha = 35^o$, b = 7 cm en c = 9 cm
Bereken de lengte van:
(4) a) de hoogtelijn uit C;
(5) b) de zwaartelijn uit C;
(6) c) de hoekdeellijn (bissectrice) uit C

Opgave 3 (15 p)

(15) Bereken van de hieronder getekende massieve vorm de ligging van het zwaartepunt ten opzichte van de x-as en y-as.



Opgave 4 (20 p)

(5) a) Isoleer de variabele B uit de formule $P = \sqrt{A^2 + B^2}$

(5) b) Isoleer de variabele A uit de formule $W = 0,65 \cdot \pi \cdot \frac{A}{B}$

(5) c) Los het volgende vergelijkingenstelsel S(a,b) op:

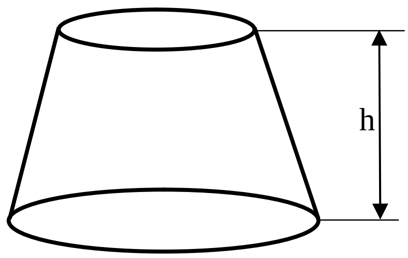
$$\begin{cases} 2a + 5b = 6 \\ -4a + 3b = 1 \end{cases}$$

(5) d) Het onderstaande stelsel S(x,y) heeft (2,1) als oplossing, bereken a en b:

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ 2ax - 3by = -1 \end{cases}$$

Opgave 5 (15 p)

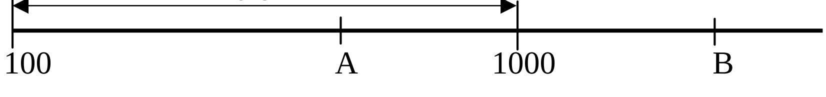
Een afgeknotte kegel heeft een hoogte h van 20 cm.
De diameter van het grondvlak is 18 cm.
De diameter van het bovenvlak is 12 cm.



(2) a) Bepaal het oppervlak van het grondvlak.
(2) b) Bereken het oppervlak van het bovenvlak.
(5) c) Bereken de zijoppervlakte (mantel).
(6) d) Bepaal het volume van deze afgeknotte kegel.

Opgave 6 (10 p)

Op een **logarithmische** schaalverdeling liggen de waarden 100 en 1000 6 cm van elkaar.



(2) a) Welke waarde hoort bij een punt A op de schaal dat op 4 cm van links ligt?
(2) b) Welke waarde hoort bij een punt B op de schaal dat op 8 cm van links ligt?
(3) c) Op hoeveel cm van links ligt de waarde 200?
(3) d) Op hoeveel cm van links ligt de waarde 1200?

Formuleblad schakelcursus wiskunde

Goniometrie en trigonometrie

Rechthoekige driehoeken: SOSCASTOA

Willekeurige driehoeken: sinusregels en cosinusregels

sinusregels $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta}$; $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$; $\dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$

cosinusregels $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Omtrek

$O_{cirkel} = 2 \cdot \pi \cdot R$ of $O_{cirkel} = \pi \cdot d$

Oppervlak

$A_{driehoek} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ of $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$ of $\frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\beta$ of $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$

$A_{parallellogram} = b \cdot h$ of $a \cdot b \cdot \sin\gamma$ waarbij γ de ingesloten hoek is van de zijden a en b.

$A_{trapezium} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$ waarbij a en b de lengten van de evenwijdige zijden zijn.

$A_{cirkel} = \pi \cdot R^2$ of $\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$ $A_{ellips} = \pi \cdot a \cdot b$ $A_{cirkelsector} = {}^{\alpha}/_{360} \cdot \pi \cdot R^2$

$A_{cirkeldriehoek} = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin\alpha$ $A_{bol} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$ $A_{kegelmantel} = \pi \cdot R \cdot a$

Volume

$V = A_g \cdot h$ voor lichamen waarvan de opstaande ribben gelijk en evenwijdig zijn.

$V = {}^{1}/_{3} \cdot A_g \cdot h$ voor lichamen waarvan de opstaande ribben in één punt samen komen.

$V_{bol} = {}^{4}/_{3} \cdot \pi \cdot R^3$

Hoogte zwaartepunt

$Y_{Z(driehoek)} = \frac{1}{3} \cdot h$ $Y_{Z(halve\ cirkel)} = \dfrac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi}$

Logaritmische schalen

Waarde $x = O \cdot \left(\dfrac{B}{O}\right)^a$ Positie $a = \dfrac{\log\left(\dfrac{x}{O}\right)}{\log\left(\dfrac{B}{O}\right)}$ (O, B = **O**nder- en **B**ovengrens interval)

Uitwerking examen schakelcursus wiskunde 2007-2008

1 a) $A_{ABCD} = 4^2 = 16\text{ cm}^2$

b) $r_{om} = 2\cdot\sqrt{2} \Rightarrow A_{om} = \pi\cdot\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^2 = 25{,}133\text{ cm}^2$

c) $A_{segment} = (A_{om} - A_{ABCD})/4 = (25{,}133 - 16)/4 = 2{,}2832\text{ cm}^2$

d) $r_{in} = 2\text{ cm} \Rightarrow A_{ring} = A_{om} - A_{in} = 25{,}133 - \pi\cdot 2^2 = 12{,}566\text{ cm}^2$

2 a) $\sin 35 = \frac{h}{7} \Rightarrow h = 7\cdot\sin 35 = 4{,}0150\text{ cm}$

b) $z^2 = 7^2 + 4{,}5^2 - 2\cdot 7\cdot 4{,}5\cdot\cos 35 = 17{,}643 \Rightarrow z = 4{,}2004\text{ cm}$

c) $a^2 = 7^2 + 9^2 - 2\cdot 7\cdot 9\cdot\cos 35 = 26{,}787 \Rightarrow a = 5{,}1756\text{ cm}$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \Rightarrow \frac{5{,}1756}{\sin 35} = \frac{9}{\sin\gamma} \Rightarrow \gamma = 85{,}874° \Rightarrow ½\cdot\gamma = 42{,}937°$$

$$\delta = 180 - 35 - 42{,}937 = 102{,}06°$$

$$\frac{d}{\sin 35} = \frac{7}{\sin 102{,}06} \Rightarrow d = 4{,}1057\text{ cm}$$

3

Vierkant :	$A_1 = 54$	$x_1 = 4{,}5$	$y_1 = 3$
Driehoek :	$A_2 = 13{,}5$	$x_2 = 6$	$y_2 = 7$
Halve cirkel :	$A_3 = ½\cdot\pi\cdot 4{,}5^2 = 31{,}8086$		
	$x_3 = 9 + 4\cdot 4{,}5 \div 3 \div \pi = 10{,}9099$		$y_3 = 4{,}5$

Tenslotte: $X_z\cdot A_{totaal} = x_1\cdot A_1 + x_2\cdot A_2 + x_3\cdot A_3 \rightarrow$

$X_z\cdot 99{,}3086 = 4{,}5\cdot 54 + 6\cdot 13{,}5 + 10{,}9099\cdot 31{,}8086 \rightarrow X_z = 6{,}7570$

$Y_z\cdot A_{totaal} = y_1\cdot A_1 + y_2\cdot A_2 + y_3\cdot A_3 \rightarrow$

$Y_z\cdot 99{,}3086 = 3\cdot 54 + 7\cdot 13{,}5 + 4{,}5\cdot 31{,}8086 \rightarrow Y_z = 4{,}0242$

4 a) $B = \sqrt{P^2 - A^2}$

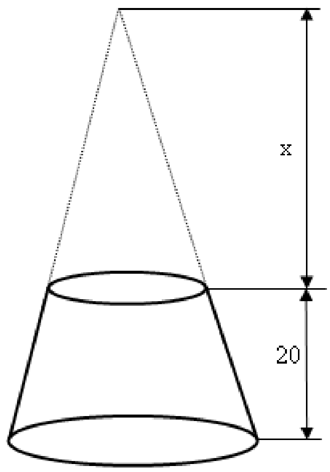
b) Eerst kruislings vermenigvuldigen, daarna volgt $A = \frac{W\cdot B}{0{,}65\cdot\pi}$

c) $a = ½\ ;\ b = 1$

d) $a = ½\ ;\ b = 1$

5 a) $A_g = ¼ \cdot \pi \cdot 18^2 = 254{,}47\ \text{cm}^2$

b) $A_b = ¼ \cdot \pi \cdot 12^2 = 113{,}10\ \text{cm}^2$



c) Eerst x berekenen: $\frac{x}{12} = \frac{x+20}{18} \Rightarrow$

$18 \cdot x = 12 \cdot x + 240 \Rightarrow 6 \cdot x = 240 \Rightarrow x = 40\ \text{cm}$

$$A_{geknot} = A_{totaal} - A_{boven} \Rightarrow$$
$$A_{geknot} = \pi \cdot 9 \cdot \sqrt{9^2 + 60^2} - \pi \cdot 6 \cdot \sqrt{6^2 + 40^2} \Rightarrow$$
$$A_{geknot} = 1715{,}4 - 762{,}42 = 953{,}02\ \text{cm}^2$$

d) $$V_{geknot} = V_{totaal} - V_{boven} \Rightarrow$$
$$V_{geknot} = \tfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9^2 \cdot 60 - \tfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 40 \Rightarrow$$
$$V_{geknot} = 5089{,}4 - 1508 = 3581{,}4\ \text{cm}^3$$

6 a) $x = O \cdot \left(\frac{B}{O}\right)^a \Rightarrow x = 100 \cdot \left(\frac{1000}{100}\right)^{\left(\frac{4}{6}\right)} = 464{,}16$

b) $x = O \cdot \left(\frac{B}{O}\right)^a \Rightarrow x = 100 \cdot \left(\frac{1000}{100}\right)^{\left(\frac{8}{6}\right)} = 2154{,}4$

c) $a = \frac{\log\left(\frac{x}{O}\right)}{\log\left(\frac{B}{O}\right)} \Rightarrow a = \frac{\log\left(\frac{200}{100}\right)}{\log\left(\frac{1000}{100}\right)} = 0{,}30103 \Rightarrow \text{positie} : 0{,}30103 \times 6 =$ 1,8062 cm van links

d) $a = \frac{\log\left(\frac{x}{O}\right)}{\log\left(\frac{B}{O}\right)} \Rightarrow a = \frac{\log\left(\frac{1200}{100}\right)}{\log\left(\frac{1000}{100}\right)} = 1{,}0792 \Rightarrow \text{positie} : 1{,}0792 \times 6 =$ 6,4751 cm van links