EXAMEN SCHAKELCURSUS MIDDELBARE LASTECHNIEK WISKUNDE 2009

Datum: 14 jan 2009 Aantal opgaven: 6 Beschikbare tijd: 100 minuten
De maximale score is 90 punten, vooraf 10 punten: totaal 100 punten.
Aantal te behalen punten staat tussen haakjes voor de vraag.

Antwoorden zonder uitleg en/of berekening worden niet gehonoreerd!

Opgave 1

De bovenkant en onderkant van een kartonnen doos bestaan uit twee ellipsen.
Beide ellipsen hebben een korte straal van 10 cm en een lange straal van 12 cm.
De hoogte van de doos is 8 cm.

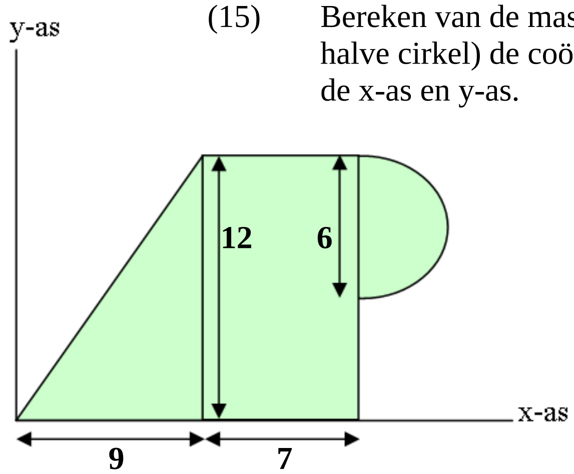
(4) a) Bereken de oppervlakte van de bodem.
(4) b) Bereken de inhoud van de doos.

Voor de omtrek O van een ellips geldt de volgende benaderingsformule
$O \approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)}\right)$ met a de korte straal en b de lange straal.

(7) c) Bereken de zij-oppervlakte van de doos.

Opgave 2

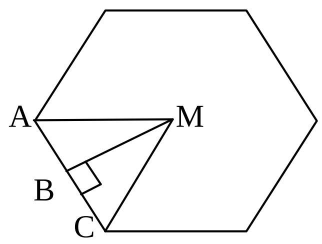
(15) Bereken van de massieve vorm hieronder (driehoek, rechthoek en halve cirkel) de coördinaten van het zwaartepunt ten opzichte van de x-as en y-as.



Opgave 3

Van driehoek ABC is gegeven: $\alpha = 125^\circ$, a = 10 cm en c = 5 cm
Bereken:
(4) a) de hoeken β en γ;
(5) b) de lengte van de hoogtelijn uit C;
(6) c) de lengte van de zwaartelijn uit C.

Opgave 4



Gegeven is een **regelmatige** zeshoek met middelpunt M.
De afstand BM bedraagt 4 cm.

(4) a) Bereken de lengte van zijde AC.
(3) b) Bereken de oppervlakte van driehoek AMC.
(1) c) Bereken de oppervlakte van de regelmatige zeshoek.

Rond de regelmatige zeshoek tekenen we de **omgeschreven** cirkel.

(4) d) Bereken de oppervlakte van de cirkelsector begrensd door de lijnen AM, CM en de omgeschreven cirkel.

Binnen de regelmatige zeshoek tekenen we de **ingeschreven** cirkel.

(3) e) Bereken de oppervlakte tussen de regelmatige zeshoek en de ingeschreven cirkel.

Opgave 5

Op het beginpunt van een logarithmische schaal ligt de waarde 10.
De waarde 1000 ligt 20 cm naar rechts.

(4) a) Welke waarde hoort bij een punt op de schaal dat op 7 cm rechts van het beginpunt ligt?
(4) b) Op hoeveel cm van het beginpunt ligt een punt met de waarde 90?
(4) c) Op hoeveel cm van het beginpunt ligt een punt met de waarde 1200?

Opgave 6

(5) a) Isoleer de variabele B uit de formule $P = A^2 + B^3$

(6) b) Isoleer de variabele B uit de formule $P^2 = \dfrac{0,45 \cdot C}{B}$

(7) c) Los het volgende vergelijkingenstelsel S(a,b) op:

$$\begin{cases} 3a + 2b = 7 \\ 2a - 3b = 2,5 \end{cases}$$

EINDE EXAMEN

Formuleblad schakelcursus wiskunde

Goniometrie en trigonometrie

Rechthoekige driehoeken: SOSCASTOA

Willekeurige driehoeken: sinusregels en cosinusregels

sinusregels: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$; $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$; $\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

cosinusregels: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$

Omtrek

$O_{cirkel} = 2 \cdot \pi \cdot R$ of $O_{cirkel} = \pi \cdot d$

Oppervlak

$A_{driehoek} = ½ \cdot b \cdot h$ of $½ \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$ of $½ \cdot a \cdot c \cdot \sin\beta$ of $½ \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$

$A_{parallellogram} = b \cdot h$ of $a \cdot b \cdot \sin\gamma$ waarbij γ de ingesloten hoek is van de zijden a en b.

$A_{trapezium} = ½ \cdot h \cdot (a + b)$ waarbij a en b de lengten van de evenwijdige zijden zijn.

$A_{cirkel} = \pi \cdot R^2$ of $¼ \cdot \pi \cdot d^2$ $A_{ellips} = \pi \cdot a \cdot b$ $A_{cirkelsector} = {}^{\alpha}/_{360} \cdot \pi \cdot R^2$

$A_{cirkeldriehoek} = ½ \cdot R^2 \cdot \sin\alpha$ $A_{bol} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$ $A_{kegelmantel} = \pi \cdot R \cdot a$

Volume

$V = A_g \cdot h$ voor lichamen waarvan de opstaande ribben gelijk en evenwijdig zijn.

$V = {}^1/_3 \cdot A_g \cdot h$ voor lichamen waarvan de opstaande ribben in één punt samen komen.

$V_{bol} = {}^4/_3 \cdot \pi \cdot R^3$

Hoogte zwaartepunt

$Y_{Z(driehoek)} = ⅓ \cdot h$ $Y_{Z(halve\ cirkel)} = \frac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi}$

Logaritmische schalen

Waarde $x = O \cdot \left(\frac{B}{O}\right)^a$ Positie $a = \frac{\log\left(\frac{x}{O}\right)}{\log\left(\frac{B}{O}\right)}$ (O, B = **O**nder- en **B**ovengrens interval)

UITWERKINGEN EXAMEN 2009

1 a) $A = \pi \cdot a \cdot b \rightarrow A = \pi \times 10 \times 12 = 376{,}99\ \text{cm}^2$

b) $V = \pi \cdot a \cdot b \cdot h \rightarrow V = \pi \times 10 \times 12 \times 8 = 3015{,}9\ \text{cm}^3$

c) $O \approx \pi \cdot \left(3 \cdot (a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)}\right) \rightarrow$

$O \approx \pi \cdot \left(3 \times (10+12) - \sqrt{(3\times 10+12)(10+3\times 12)}\right) \rightarrow O \approx 69{,}258\,\text{cm}^2$

$A = O \cdot h \rightarrow A = 69{,}258 \times 8 = 554{,}06\ \text{cm}^2$

2

	A_n	x_{zn}	y_{zn}
1 (driehoek)	54	6	4
2 (rechthoek)	84	12,5	6
3 (halve cirkel)	14,137	17,273	9
A_{tot}	152,137		

$X_z \cdot A_{tot} = A_1 \cdot x_{z1} + A_2 \cdot x_{z2} + A_3 \cdot x_{z3} \rightarrow$
$X_z \times 152{,}137 = 54 \times 6 + 84 \times 12{,}5 + 14{,}137 \times 17{,}273 \rightarrow X_z = 10{,}636$

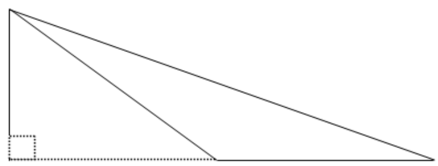
$Y_z \cdot A_{tot} = A_1 \cdot y_{z1} + A_2 \cdot y_{z2} + A_3 \cdot y_{z3} \rightarrow$
$Y_z \times 152{,}137 = 54 \times 4 + 84 \times 6 + 14{,}137 \times 9 \rightarrow Y_z = 5{,}5689$

3 a) $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} \rightarrow \dfrac{10}{\sin 125°} = \dfrac{5}{\sin\gamma} \rightarrow \sin\gamma = 0{,}40958 \rightarrow \gamma = 24{,}178° \rightarrow$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma \rightarrow \beta = 180° - 125° - 24{,}178° = 30{,}822°$

b) $\sin\beta = \dfrac{h}{a} \rightarrow \sin 30{,}822° = \dfrac{h}{10} \rightarrow$

$h = 5{,}1237\ \text{cm}$



c) $z^2 = a^2 + (0{,}5 \cdot c)^2 - 2 \cdot a \cdot (0{,}5 \cdot c) \cdot \cos\beta \rightarrow$
$z^2 = 10^2 + (2{,}5)^2 - 2 \times 10 \times 2{,}5 \times \cos 30{,}822° \rightarrow$
$z^2 = 63{,}312 \rightarrow z = 7{,}9569\ \text{cm}$

4 a) $\angle M = 360 \div 6 = 60° \rightarrow$
$BC = BM \cdot \tan(0{,}5 \cdot \angle M) \rightarrow BC = 4 \times \tan 30° = 2{,}3094$ cm $\rightarrow AC =$ 4,6188 cm

b) $A = 0{,}5 \cdot$ basis $\cdot$ hoogte $\rightarrow A = 0{,}5 \times 4{,}6188 \times 4 =$ 9,2376 cm²

c) $A_{tot} = 6 \cdot A_{AMC} \rightarrow A_{tot} = 6 \times 9{,}2376 =$ 55,426 cm²

d) eerst straal omgeschreven cirkel berekenen: $r_{om} = MC = 4 \div \cos 30° = 4{,}6188$ cm
$A_{sector} = A_{om} \div 6 \rightarrow A_{sector} = \pi \times 4{,}6188^2 \div 6 =$ 11,170 cm²

e) $r_{in} = BM = 4$ cm $\rightarrow A_{in} = \pi \times 4^2 = 50{,}265$ cm²
$A = A_{tot} - A_{in} \rightarrow A = 55{,}426 - 50{,}265 =$ 5,161 cm²

5 a) Interval: O = 10 ; B = 1000 ; a = 7 ÷ 20 = 0,35 →

$$\text{Waarde } x = O \cdot \left(\frac{B}{O}\right)^a = 10 \times \left(\frac{1000}{10}\right)^{0{,}35} = 50{,}119$$

b) Interval: O = 10 ; B = 1000 ; x = 90 →

$$\text{Positie } a = \frac{\log\left(\frac{x}{O}\right)}{\log\left(\frac{B}{O}\right)} = \frac{\log\left(\frac{90}{10}\right)}{\log\left(\frac{1000}{10}\right)} = 0{,}47712 \rightarrow 0{,}47712 \times 20 \text{ cm} = 9{,}5424 \text{ cm}$$

c) Interval: O = 10 ; B = 1000 ; x = 1200 →

$$\text{Positie } a = \frac{\log\left(\frac{x}{O}\right)}{\log\left(\frac{B}{O}\right)} = \frac{\log\left(\frac{1200}{10}\right)}{\log\left(\frac{1000}{10}\right)} = 1{,}0396 \rightarrow 1{,}0396 \times 20 \text{ cm} = 20{,}792 \text{ cm}$$

6 a) $P = A^2 + B^3 \rightarrow A^2 + B^3 = P \rightarrow B^3 = P - A^2 \rightarrow B = \sqrt[3]{P - A^2}$

b) $P^2 = \dfrac{0{,}45 \cdot C}{B} \rightarrow \dfrac{P^2}{1} = \dfrac{0{,}45 \cdot C}{B} \rightarrow P^2 \cdot B = 1 \cdot 0{,}45 \cdot C \rightarrow B = \dfrac{0{,}45 \cdot C}{P^2}$

c) $\left\| \begin{array}{l} 3a + 2b = 7 \\ 2a - 3b = 2{,}5 \end{array} \right| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \left| \begin{array}{l} 6a + 4b = 14 \\ 6a - 9b = 7{,}5 \end{array} \right. \rightarrow 13b = 6{,}5 \rightarrow b = \dfrac{6{,}5}{13} = 0{,}5 \rightarrow a = 2$